

Mecánica Clásica

aceves@astrofisen.unam.mx

Tarea # 3

- Gota de lluvia.** Una gota de agua, que siempre mantiene una forma esférica, cae a través de una nube bajo la influencia de la gravedad. Considere que dicha gota obtiene una masa adicional a una tasa Γ proporcional a su sección de área transversal instantánea, y que la densidad de la gota ρ se mantiene constante en el trayecto.
 - Si antes de entrar a la nube tiene un radio R_0 , ¿cómo varía su radio como función del tiempo mientras recorre la nube?
 - A partir de la ecuación de movimiento, encuentre la dependencia de la velocidad v de la gota como función del radio $R(t)$ de la misma.
 - Si R_0 es inicialmente pequeño, demuestre que la velocidad de caída se incrementa linealmente con el tiempo.
- Fetter & Walecka 1.4** Un cohete de masa inicial m_0 expulsa gases a una tasa constante $\Gamma = -m_0/\tau$ y a una velocidad constante v_0 relativa al cohete; siendo τ una escala temporal constante. El cohete comienza desde el reposo un recorrido vertical desde la superficie de la Tierra. Suponga que el campo gravitacional es constante durante el trayecto del cohete.
 - Encuentre la altura $z(t)$ del cohete como función del tiempo.
 - Discuta el comportamiento de la altura para $t \ll \tau$ y $t \rightarrow \tau$.
- Partículas Cargadas en Campos \mathbf{E} y \mathbf{B} Cruzados.** En la Figura 1 se muestran ejemplos del movimiento de partículas cargadas en campos eléctricos \mathbf{E} y magnéticos \mathbf{B} orientados de diversas formas. El movimiento de tales partículas está determinado por la fuerza de Lorentz (en CGS)

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

donde \mathbf{v} es el vector de velocidad de la partícula de masa m y carga eléctrica q .

- Considere el caso en que un protón de masa m y carga eléctrica q es introducido en una región donde actúa un campo eléctrico $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{x}}$ y uno magnético $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{z}}$. El protón es proyectado inicialmente desde el origen con vector de velocidad $\mathbf{v}_0 = \{u, v, w\}$, como se muestra en la Figura 2.
Escriba las ecuaciones de movimiento para el protón. Resuelva el sistema de ecuaciones diferenciales resultante de manera analítica. Considere sólo el caso no-relativista. Demuestre que la trayectoria seguida por el protón está dada por

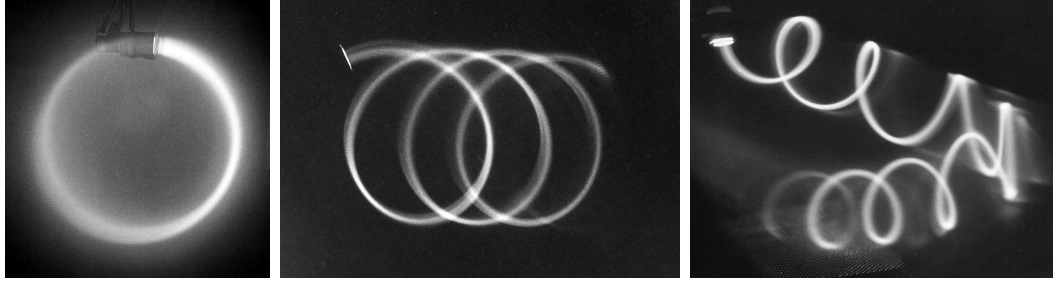


FIGURA 1 Haces de partículas cargadas introducidas en regiones donde existe campo eléctrico \mathbf{E} y magnético \mathbf{B} . El plasma es introducido en un gas de argón de baja densidad. La órbita resultante del plasma, en cada caso, es puesta de manifiesto por su interacción con el gas que emite un “destello”.

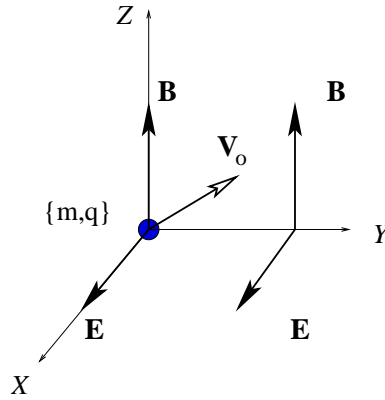


FIGURA 2 Partícula cargada moviéndose en campos eléctrico y magnético cruzados.

$\mathbf{x}(t) = (x, y, z)$ con:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{cE + Bv}{B\omega_c} (1 - \cos \omega_c t) + \frac{u}{\omega_c} \sin \omega_c t \\ y(t) &= vt - \frac{cE + Bv}{B\omega_c} (\omega_c t - \sin \omega_c t) - \frac{u}{\omega_c} (1 - \cos \omega_c t) \\ z(t) &= wt \end{aligned}$$

donde $\omega_c = qB/mc$ es la frecuencia ciclotrón de la partícula cargada.

- b) Escriba un programa de computadora (e.g. `cargas.f90`) que resuelva las ecuaciones de movimiento de partículas cargadas. Utilice el método de Runge-Kutta de 4to. orden. Es conveniente, y hasta necesario, escribir las ecuaciones en forma adimensional usando escalas del sistema.

Obtenga y grafique el comportamiento de una partícula en los casos (1) de un campo eléctrico unidimensional $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{x}}$, (2) un campo magnético $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{z}}$, y (3) la configuración en la Figura 2. En el caso (1) y (2) convezase de que el comportamiento obtenido es el adecuado, y en el caso (3) compare con su resultado analítico. Elija valores que considere pertinentes.