

La generación de energía nuclear

Fuentes de energía termonucleares

- La siguiente gráfica presenta la variación de la energía potencial entre dos núcleos en función de su separación. Dentro del radio nuclear, la energía potencial es negativa (la fuerza es atractiva), mientras que, para radios mayores, la energía potencial es positiva y concuerda con la fuerza de Coulomb.

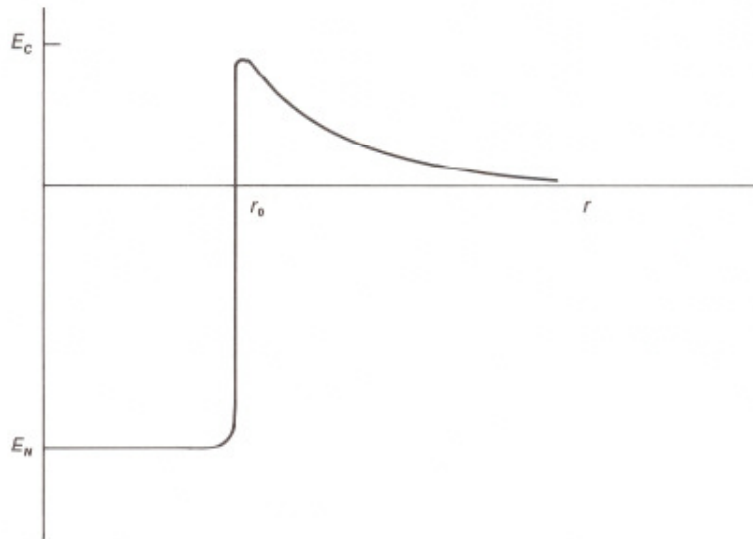


Figure 7.1. Potential energy between two nuclei. For $r < r_0$ the attractive nuclear forces dominate; for $r > r_0$ Coulomb repulsion dominates.

- Clásicamente, para que una partícula penetrara hasta la zona donde la energía potencial es negativa, tendría que tener una energía cinética mayor al máximo de la curva de energía potencial (la barrera energética). Si la generación de energía termonuclear en las estrellas dependía de la física clásica, no se generaría energía de esta manera, o las estrellas tendrían estructuras radicalmente distintas a las que observamos (serían mucho más compactas y calientes).
- La generación de energía termonuclear depende de la mecánica cuántica. En la mecánica cuántica, la posición de una partícula está descrita por una función de onda que describe la probabilidad de encontrar a la partícula en distintos lugares. Naturalmente, la probabilidad es mayor donde la física clásica indica que la partícula debe encontrarse, pero la probabilidad no es cero donde la física clásica prohíbe que esté. Por lo tanto, aunque dos núcleos no tengan la energía cinética para superar la barrera energética del potencial que los separa, la mecánica cuántica permite que sucede con cierta probabilidad baja. Esta es el efecto de la penetración de barrera, o tunnelling, como ilustra la siguiente gráfica (de “Quantum Mechanics, Concepts and Applications” por Nouredine Zettili, 2001 (John Wiley & Sons; Chichester, UK))

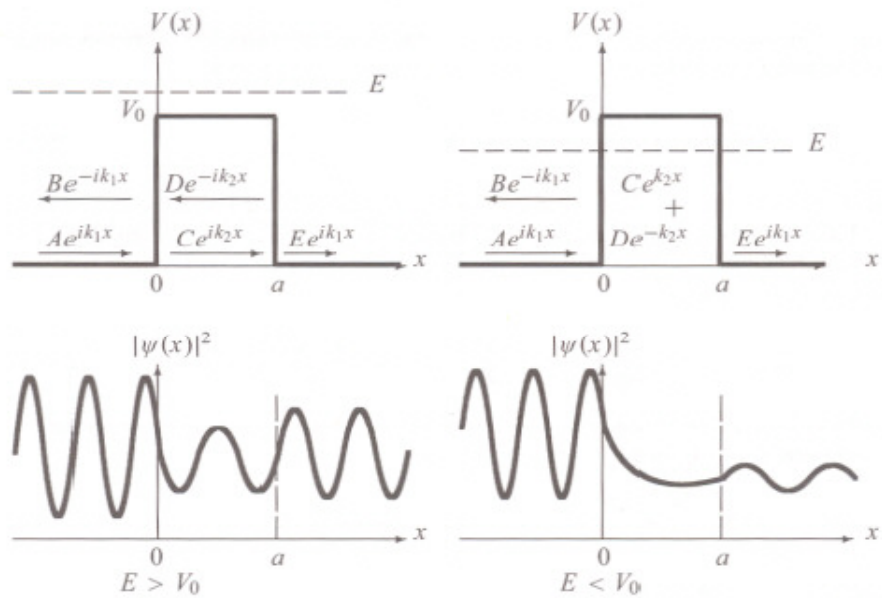


Figure 4.3 Potential barrier and propagation directions of the incident, reflected and transmitted waves, plus their probability densities $|\psi(x)|^2$ when $E > V_0$ and $E < V_0$.

- En el núcleo del Sol, la temperatura es del orden de 10^7 K, lo cual implica que los protones tengan energía térmicas de

$$E_k = \frac{3}{2}kT \approx \text{varios keV}.$$

Por otra parte, la barrera energética entre dos protones es del orden de 1 Mev, o sea, mil veces mayor. Clásicamente, los protones no deberían superar la barrera para fusionarse, pero sucede gracias a la mecánica cuántica.

La energía termonuclear

- Para la producción de energía en las estrellas, lo que importa para la energía termonuclear es la cantidad de energía liberada en las reacciones y la tasa de reacciones.
- Frecuentemente, se puede aproximar la tasa de generación de energía según

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \rho^a T^n \text{ erg/g/s} \quad (1)$$

donde ρ es la densidad, T la temperatura y ε_0 un constante. Los parámetros a y n son normalmente funciones poco sensibles a la temperatura y densidad, aunque varían notoriamente dependiendo de la fuente de energía termonuclear. Típicamente $a \sim 1$, pero n varía entre $4 < n < 30$ según la reacción nuclear en cuestión.

- Consideramos la reacción



donde a representa la partícula incidente (posiblemente un núcleo atómico), X el núcleo blanco, Y el núcleo resultante de la reacción y b la(s) partícula(s) emitida(s) por la reacción (puede incluir fotones). La reacción anterior es representada con la notación más compacta

$$X(a,b)Y. \quad (3)$$

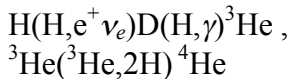
Por ejemplo, la captura de un núcleo de H por ^{14}N que produce ^{15}O con la emisión de

un fotón se escribe $^{14}\text{N}(\text{H},\gamma)^{15}\text{O}$. Esta notación permite construir secuencias de reacciones como

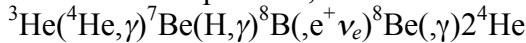


que representa la fusión de dos protones (H) para producir un núcleo de deuterio (D), emitiendo un electrón y un neutrino en el proceso, seguido por la captura de un protón para producir un núcleo de ^3He acompañado por la emisión de un segundo fotón.

- Generalmente, la producción de energía termonuclear procede por redes de reacciones nucleares. Los distintos caminos por estas redes contribuyen en función de su dependencia sobre las condiciones físicas de temperatura y densidad donde suceden. Por ejemplo, la conversión de hidrógeno a helio procede principalmente por las reacciones



donde la primera secuencia de reacciones debe ocurrir dos veces antes de que suceda la segunda secuencia. Sin embargo, una vez que exista un núcleo de ^3He , otras reacciones son posibles, como

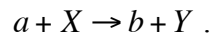


si la temperatura es lo suficientemente alta. (Notar que la reacción $^8\text{B}(e^+\nu_e)^8\text{Be}$ implica la conversión espontánea del núcleo ^8B a uno de ^8Be por la emisión de un electrón y un neutrino, sin ninguna partícula incidente. Igualmente, 2^4He indica la producción de dos núcleos de ^4He .)

- En general, todos los caminos en una red de reacciones nucleares contribuirán a la generación de energía, por lo cual varios procesos contribuirán a la generación de energía durante cada fase de evolución.
- En las reacciones termonucleares, los fotones representan la energía útil para calentar al gas y contrarrestar la fuerza de la gravedad. Los neutrinos emitidos en ciertas reacciones representan energía perdida, a menos que las condiciones sean muy, muy altas, como puede suceder en las explosiones de supernova.
- La rapidez con la cual sucede una secuencia de reacciones nucleares dependerá de la rapidez de las reacciones individuales, así como la disponibilidad de los núcleos participantes.

La tasa de generación de energía

- Aunque la energía generada por cada reacción nuclear depende únicamente de la física de los núcleos involucrados, la tasa de reacciones dependerá de la velocidad de los núcleos participantes, sus separaciones típicas y posiblemente la presencia de otras partículas (o fotones), las cuales serán funciones de las condiciones físicas de temperatura y densidad y de la composición del material.
- Consideramos de nuevo la reacción termonuclear genérica (2)



Si la suma de las masas de las partículas iniciales y finales no es igual

$$M_a + M_X \neq M_Y + M_b \quad (4)$$

donde M_i es la masa de la partícula i , la reacción generará o consumirá una cantidad de energía Q , según la ecuación de Einstein

$$Q \equiv \Delta E = (M_a + M_X - M_Y - M_b)c^2 \text{ MeV}. \quad (5)$$

- Es conveniente hacer estos cálculos en términos del exceso de masa de los núcleos y partículas participantes. El exceso de masa es la diferencia entre la masa de un núcleo, M , y el producto Am_1 ,

$$\Delta M = (M - Am_1)c^2 \text{ MeV} \quad (6)$$

donde A es la masa atómica del núcleo y m_1 es la unidad de masa atómica estándar definida como

$$m_1 = \frac{1}{12} M(^{12}\text{C}) .$$

Estas definiciones nos permiten calcular la cantidad de energía liberada, $Q > 0$, o consumida, $Q < 0$, por una reacción nuclear

$$Q = \Delta M_a + \Delta M_x - \Delta M_y - \Delta M_b \text{ MeV.} \quad (7)$$

Los excesos de masa para los núcleos son tabulados (Apéndice 2 del libro de texto).

- Cualquier reacción nuclear requiere la conservación de la carga y del número de bariones. Los protones y neutrones contienen un barión mientras que los electrones y fotones no son bariones (y tienen un número de bariones de cero).
- La tasa de reacciones depende de la densidad de las partículas interactuantes, n_a y n_x en la reacción (2), la velocidad relativa, v , de las partículas y la sección recta para la reacción, $\sigma(v)$

$$r = n_a n_x v \sigma(v) . \quad (8)$$

En el interior de una estrellas, las partículas tendrán una distribución de velocidades y consecuentemente una distribución de velocidades relativas dada por la distribución de Maxwell, así que la ecuación anterior deviene

$$r = n_a n_x \int_0^c v \sigma(v) f(v) dv \equiv n_a n_x \langle \sigma v \rangle . \quad (9)$$

- La energía total generada por unidad de masa y por unidad de tiempo es entonces

$$\varepsilon = \frac{Qr}{\rho} = \frac{n_a n_x}{\rho} Q \langle \sigma v \rangle \quad \text{o} \quad \varepsilon = \frac{1}{2} \frac{n_x^2}{\rho} Q \langle \sigma v \rangle \quad (10)$$

dependiendo de si las partículas interactuantes son distintos (primera forma) o no, dado que el término $n_a n_x$ es la densidad de pares de partículas interactuantes.

- La reacción (2) destruye el núcleo X , así que el cambio de la densidad del especie X debido a esta reacción es

$$\frac{\partial n_x}{\partial t} = -n_a n_x \langle \sigma v \rangle . \quad (11)$$

Si existen otras reacciones que destruyen o crean el especie X , la ecuación (11) tendrá un término para cada reacción (negativo para la destrucción; positivo para la creación). La escala de tiempo para la destrucción (o el consumo) del especie X es entonces

$$\tau \approx \frac{1}{n_a \langle \sigma v \rangle} . \quad (12)$$

Si el cambio de una fase evolutiva a otra se debe a cambios en la composición debido a reacciones nucleares, la escala de tiempo para la destrucción del especie involucrado también define la escala de tiempo para la fase evolutiva.

- Las tasas de las reacciones nucleares dependen de la altura de la barrera energética del potencial entre los dos núcleos reactantes. La altura de la barrera es

aproximadamente

$$\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_n} \quad (13)$$

donde Z_1 y Z_2 son las cargas de los dos núcleos y r_n es el radio de un núcleo atómico. (Este resultado no es sorprendente dada la física clásica.)

- En el centro del Sol, la temperatura es del orden de 10^7 K y las energías térmicas de los protones son menor a 1 keV. Por otra parte, el radio de un núcleo atómico es del orden de 10^{-13} cm. De la ecuación (13), la barrera energética para dos protones es de 1.4 MeV, lo cual excede la energía térmica por un factor de 1000.
- Como ya se mencionó, LA razón que proceden las reacciones nucleares es que la mecánica cuántica permite la penetración de esta barrera con una probabilidad baja, proporcional a

$$\text{prob(reacción)} \propto \exp\left(-\frac{4\pi^2 Z_1 Z_2 e^2}{h\nu}\right) = \exp\left(-2\pi\alpha Z_1 Z_2 \sqrt{\frac{mc^2}{2E_{kin}}}\right) = \exp\left(-\frac{b}{\sqrt{E_{kin}}}\right) \quad (14)$$

donde

$$b = 2\pi\alpha Z_1 Z_2 \sqrt{\frac{mc^2}{2}}, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \quad \text{y} \quad E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

v es la velocidad relativa de los dos núcleos y m es la masa reducida del sistema.

Básicamente, el argumento del exponencial en la ecuación (14) es el cociente de la energía de barrera/Coulomb entre la energía cinética

$$\begin{aligned} \frac{E_c}{E_{kin}} &= \frac{Z_1 Z_2 e^2 / r_0}{mv^2 / 2} \\ &\approx \frac{Z_1 Z_2 e^2 / (\hbar/p)}{mv^2 / 2} = \frac{Z_1 Z_2 e^2 / (\hbar/mv)}{mv^2 / 2} = \frac{4\pi Z_1 Z_2 e^2}{h\nu} \end{aligned}$$

donde se usó el principio de incertidumbre, $r_0 p \approx \hbar$ para eliminar el radio del núcleo, r_0 .

- Dado que la función de Maxwell implica pocas partículas con muy altas energías, la gran mayoría de las reacciones involucran a partículas con bajas energías, donde la probabilidad de penetración de la barrera (ecuación 14) es baja. Típicamente, la temperatura a la cual una reacción nuclear ocurre en el núcleo de una estrella es

$$kT \sim Z_1^2 Z_2^2 mc^2 \xi \quad (15)$$

donde $\xi \sim 10^{-6}$ es un constante (determinado empíricamente).

- Para el caso de dos protones, la ecuación (15) implica una temperatura del orden de 10^7 K.
- También es importante señalar la dependencia de la ecuación (15) sobre la carga y la masa de los núcleos involucrados. En cuanto suba la carga (aumenta la energía de Coulomb) o la masa (disminuye la energía cinética), sube la temperatura a la cual típicamente se desarrollan las reacciones.

Fases de combustión nuclear

La pre-secuencia principal

- Antes de la secuencia principal, las reacciones nucleares no son importantes como fuente de generación de energía, pero sí son importantes para la destrucción de ciertas especies.
- Se destruyen varios isótopos de Li, B y Be así como ^2H (deuterio) a través las reacciones



La combustión de hidrógeno

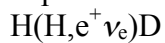
- La producción de energía por el quemado de hidrógeno, resultando en la fusión de cuatro átomos de hidrógeno para producir un átomo de helio es la fuente básica de energía durante la fase de secuencia principal de las estrellas.
- Existen dos cadenas principales para la combustión de hidrógeno:
 - la cadena protón-protón
 - la cadena CNO

- La cadena protón-protón inicia con la secuencia de reacciones

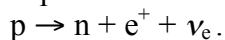


las cuales transforman cuatro átomos de hidrógeno en un átomo de helio.

- Para cualquier secuencia de reacciones nucleares, la tasa de generación de energía se fija por la velocidad de la reacción más lenta. En este caso (17), la etapa más lenta es la producción de deuterio

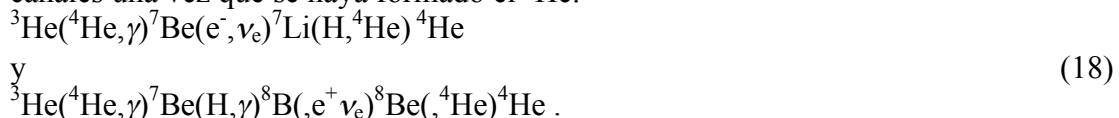


lo cual requiere la conversión de un protón en un neutrón, una conversión dependiente de la fuerza nuclear débil que se puede expresar como,



Notar que el positrón en realidad es virtual, porque el neutrón tiene una masa mayor que el protón. Se recupera la energía necesaria a través la aniquilación del positrón con un electrón.

- El proceso inverso, la conversión de un neutrón a un protón sí ocurre naturalmente y es la razón por la cual hay más hidrógeno que helio en el universo.
- Aparte de la secuencia principal de la cadena protón-protón (17), existen varios otros canales una vez que se haya formado el ^3He :



- La importancia de los canales (18) depende en primer lugar de la temperatura y luego de la disponibilidad de ^4He .

- En las estrellas menos masivas, la temperatura ni siquiera es suficientemente alta para que suceda el segundo paso del canal (17) y el quemado de hidrógeno termina con la producción de ^3He .
- A mayores temperaturas, el canal (17) llega a termino, produciendo ^4He .
- A temperaturas más altas, la energía cinética mayor compensa la mayor masa involucrada en el primer paso de los canales (18) y todos contribuyen en la producción de ^4He .
- Hacia el final de la fase de secuencia principal cuando se ha convertido una gran parte del hidrógeno en helio, los canales (18) pueden dominar debido a la disponibilidad de muchos núcleos de ^4He .
- Generalmente, la cadena protón-protón implica un índice $n \sim 4 - 5$ en la ecuación (1).
- La cadena CNO es la fuente fundamental de energía durante la secuencia principal de estrellas de masa mayor a 2-3 veces la masa del Sol. En este caso, los núcleos de C, N y O funcionan como catalizadores, participando en la producción de ^4He , pero sin que haya consumo neto de estos núcleos.
- En realidad la cadena CNO está compuesta de dos sub-cadenas, la CN y la ON.
 - **La cadena CN** es

$$^{12}\text{C}(\text{H}, \gamma)^{13}\text{N}(\text{e}^+, \nu_e)^{13}\text{C}(\text{H}, \gamma)^{14}\text{N}(\text{H}, \gamma)^{15}\text{O}(\text{e}^+, \nu_e)^{15}\text{N}(\text{H}, ^4\text{He})^{12}\text{C} \quad (19)$$
 donde vemos que el resultado neto es la producción de un átomo de ^4He , conservando el átomo de ^{12}C catalizador.
 - Esta cadena opera en estrellas más masivas porque requiere temperaturas mayores para superar la barrera de Coulomb mayor, $Z_1 Z_2 = 6$.
 - El paso más lento es el primero, el cual limita la velocidad de toda la secuencia.
 - Generalmente, la cadena CN implica un índice $n \sim 18$ en la ecuación (1).
 - **La cadena ON** es

$$^{16}\text{O}(\text{H}, \gamma)^{17}\text{F}(\text{e}^+, \nu_e)^{17}\text{O}(\text{H}, ^4\text{He})^{14}\text{N} \quad (20)$$
 A diferencia de la cadena CN, la cadena ON no deja intacto el núcleo catalizador, sino que convierte el núcleo de ^{16}O en uno de ^{14}N . Si funcionara de manera aislada, esta cadena destruiría todo el ^{16}O existente. Sin embargo, la cadena CN ayuda a regenerar el ^{16}O a porque el paso $^{15}\text{N}(\text{H}, ^4\text{He})^{12}\text{C}$ a veces resulta en $^{15}\text{N}(\text{H}, \gamma)^{16}\text{O}$, lo cual acopla la cadena CN a la cadena ON.
 - La siguiente gráfica presenta los caminos posibles en las cadenas protón-protón y CNO.
- Aunque la representación de la tasa de generación de energía por una ecuación como

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \rho^a T^n \text{ erg/s/g} \quad (1, \text{ de nuevo})$$
 es aproximada, encapsula ciertos aspectos muy esenciales.
 - La tasa de generación de energía es muy sensible a la temperatura, la sensibilidad siendo mayor en el caso de la cadena CNO.
 - Esta sensibilidad a la temperatura permite compensar pequeños cambios en la composición química (lo cual fija ε_0) con cambios muy menores en la temperatura, así evitando grandes cambios en otros parámetros, como el radio, en función de la composición química.
- En la realidad, ambas cadenas operan a cierto nivel en la mayoría de las estrellas, aunque las cadenas protón-protón y CNO dominan en estrellas de baja y alta masa, respectivamente.

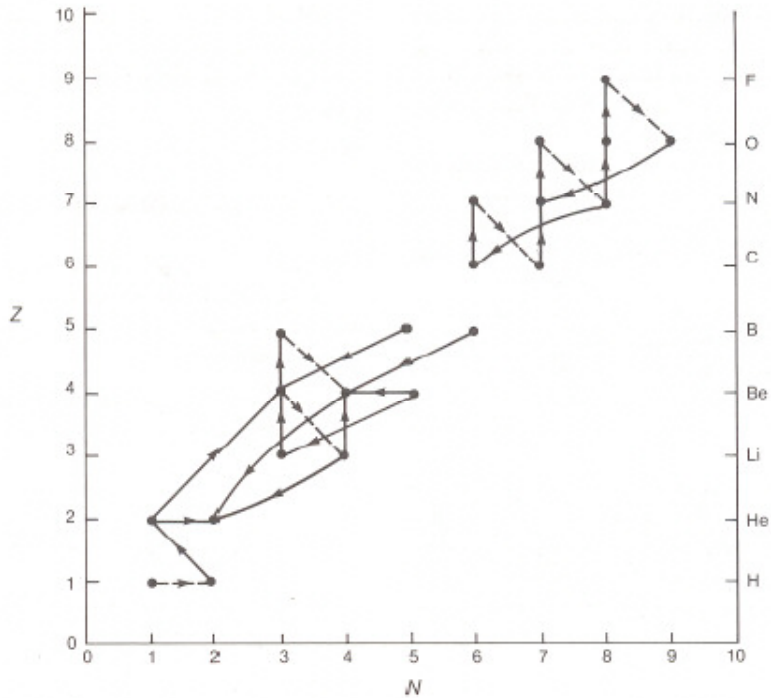


Figure 7.6. Nuclear burning network through formation of O^{16} (major processes only). These include strong interactions (solid lines), which are rapid; and weak interactions (dashed lines), which are slow.

La combustión de helio

- Una vez que se haya consumido todo el hidrógeno en el núcleo, cesará la generación de energía por el quemado de hidrógeno, lo cual permitirá que la gravedad provoque una contracción del núcleo.
 - Si la masa de la estrella es inferior a $0.5 M_{\odot}$, la contracción no será suficiente para elevar la temperatura a las $\sim 10^8$ K necesarios para iniciar el quemado de helio y la estrella no procederá a otra etapa de combustión nuclear.
 - En las demás estrellas, la contracción del núcleo produce temperaturas donde el quemado de helio es posible.
- El quemado de helio procede por la reacción **triple-alpha**:

$${}^4\text{He}({}^4\text{He}, \gamma){}^8\text{Be}({}^4\text{He}, \gamma){}^{12}\text{C} . \quad (21)$$
- Un hecho curioso de la reacción triple-alpha es que el primer paso es endotérmico, requiere energía, y produce un estado excitado del núcleo de ${}^8\text{Be}$. Si el tercer núcleo de ${}^4\text{He}$ no fuera inmediatamente disponible, el núcleo excitado de ${}^8\text{Be}$ se desintegraría. Entonces, se puede pensar en esta reacción casi como una colisión de tres cuerpos.
- La tasa de generación de energía por la reacción triple-alpha es dada aproximadamente por

$$\epsilon_{3\alpha} = \epsilon_0 \rho^2 T^{30}$$
 donde la mayor sensibilidad a la densidad se debe a la necesidad de que esté inmediatamente disponible el tercer átomo de helio.

- Durante la etapa de quemado de helio, también proceden las reacciones $^{12}\text{C}(^4\text{He},\gamma)^{16}\text{O}$ (22)



La sección recta para la reacción (21) es muy incierta, pero es claro que ^{12}C y ^{16}O son los especies más abundantes resultantes del quemado de helio.

La combustión de carbono

- El quemado de carbono sucede solamente en estrellas más masivas que aproximadamente $8 M_{\odot}$.
- El quemado de carbono requiere temperaturas en exceso de 6×10^8 K y la tasa de generación de energía es aproximadamente $\epsilon_C = \epsilon_0 \rho T^{32}$. (24)
- Las reacciones involucradas en el quemado de carbono son



La combustión de oxígeno

- El quemado de oxígeno es el paso que sigue el quemado de carbono. Las reacciones principales son



Reacciones picnonucleares

- A muy altas densidades, la temperatura resulta menos importante para la ocurrencia de reacciones nucleares, aun para temperaturas bajas.
- Eventualmente, cuando el volumen para cada núcleo es muy pequeño, el principio de la incertidumbre interviene, lo cual requiere $\Delta p \Delta x \geq \hbar$

donde Δp y Δx son los incertidumbres en momento y posición respectivamente.

- Cuando la separación de los núcleos se acerca a Δx , el principio de incertidumbre impone una energía cinética

$$E_k = \frac{p^2}{2m} \approx \frac{\Delta p^2}{2m} \approx \frac{\hbar^2}{2m\Delta x^2} \approx \frac{\hbar^2}{2m^{5/3}} \rho^{2/3} \quad (27)$$

donde ρ es la densidad y m la masa del núcleo.

- Notar que la ecuación (27) es independiente de la temperatura. A densidades suficientemente altas, esta energía cinética resulta suficiente para permitir reacciones nucleares entre átomos vecinos, aun a una temperatura, $T = 0$ K.
 - Para átomos de hidrógeno, la densidad para iniciar reacciones nucleares es de $5 \times 10^4 \text{ g/cm}^3$ ($\Delta x = 2.0 \times 10^{-10} \text{ cm}$).
 - Para átomos de helio, lo mismo sucede a densidades de $6 \times 10^9 \text{ g/cm}^3$ ($\Delta x = 6.4 \times 10^{-12} \text{ cm}$). En este caso, la mayor densidad no solamente compensa la mayor masa del helio (un factor de 10), sino también la sensibilidad de la reacción triple-alpha a la densidad.
 - Usualmente, las densidades anteriores solamente se dan en los núcleos de gigantes rojas, en enanas blancas y estrellas de neutrones.